



office des rayonnements ionisants

OFFICE DES RAYONNEMENTS IONISANTS

Laboratoire de Bioingénierie et de
Radioactivité Appliquée

SEPTEMBRE 1979

Service d'Applications des Radioéléments

MOUVEMENTS EN CHARRIAGE DES SEDIMENTS

COMME UN PROCESSUS ALEATOIRE

G. WILSON*

V. VUKMIROVIC**

* Ingénieur. Centre de Développement Scientifique et Technique
NUCLEBRAS - BELO HORIZONTE - BRESIL

** Ingénieur. Faculté du Génie Civil
BELGRADE - YOUGOSLAVIE

1. MECANISME DU TRANSPORT ET DE LA DISPERSION EN CHARRIAGE

Le transport et la dispersion par charriage des sédiments, dans les rivières et canaux, résultent de l'action des forces hydrodynamiques instantanées sur les particules isolées. Quand ces forces, agissant sur un grain de sédiment, sont supérieures aux forces de résistance dues au poids et au contact du grain avec le lit, le grain se déplace.

En effet, sous l'action du courant liquide, la particule fait d'abord des mouvements de rotation autour d'elle-même ou de vibration, puis se déplace, en roulant sur les autres particules, en glissant ou en faisant des sauts.

Le déplacement continuera jusqu'à ce que les forces de résistance deviennent supérieures aux forces hydrodynamiques, soit par un changement du régime d'écoulement, soit parce que les particules sont arrêtées par d'autres grains du lit. Alors, la particule se stabilise dans une position et y reste en attendant un nouveau déplacement.

Le transport permanent de la couche supérieure du lit est le résultat de cette série alternée de sauts et de périodes de repos des grains isolés de sédiments, tandis que la dispersion est liée à leurs propriétés physico-chimiques et aux différentes valeurs de leurs vitesses de transport.

Les caractéristiques du mouvement en charriage et les relations entre les deux différentes phases, liquide-solide, sont donc : la structure du fluide, les propriétés physico-chimiques des sédiments et leurs contacts avec le lit.

Les forces hydrodynamiques sont, en raison de la structure turbulente du fluide, des fonctions complexes du temps et les déplacements d'une particule dépendent aussi de sa position relative par rapport aux autres particules du lit. Il est donc possible d'examiner le problème du mouvement des sédiments comme un processus aléatoire.

2. PRINCIPAUX TRAVAUX SUR LE TRANSPORT EN CHARRIAGE CONSIDERE COMME UN PROCESSUS ALEATOIRE

Les premiers travaux qui ont considéré le mouvement des sédiments en charriage comme un processus aléatoire ont été publiés par H.A. Einstein et G. Polya, à Zürich, en 1937.

Einstein a commencé par définir la fonction de répartition longitudinale des particules qui partant d'une section donnée, se dispersaient tout au long d'un canal rectiligne soumis à un écoulement uniforme. Malgré les limitations de la mathématique connue à l'époque, il a pu établir les deux fonctions de répartition suivantes :

$$f_{t1} = k e^{-\lambda t - kx} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^v}{v!} \frac{(kx)^v}{v!}$$

et

$$f_{t2} = k e^{-\lambda t - kx} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{v+1}}{(v+1)!} \frac{(kx)^v}{v!}$$

(2.1)

où la première fonction considère qu'à l'instant $t = 0$, la particule initie une phase de déplacement, et la deuxième qu'à $t = 0$, la particule est au repos. Dans ces expressions, k et λ sont des coefficients de proportionnalité qui peuvent être estimés à partir des valeurs expérimentales des fonctions de répartition $f_t(x)$ au long du canal.

A la même époque, 1937, Polya partait de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

Erosion Dépôt

où il a supposé l'érosion proportionnelle à la hauteur relative du lit ($z - z_0$) et le dépôt des sédiments proportionnel au transport par unité de largeur g ($m^3/m.s$) donnée par l'expression :

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \lambda (z - z_0) - kg \quad (2.3)$$

En combinant ces deux expressions, il a obtenu l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} + k \frac{\partial z}{\partial t} + \lambda \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

c'est-à-dire, une équation homogène linéaire avec des coefficients constants, qui admet quelques solutions particulières différentes, dont l'une d'entre elles est la suivante :

$$\left. \begin{array}{l} z = \exp(\alpha x + \beta t) \\ \alpha(\beta + \lambda) + \beta k = 0 \\ \alpha, \beta \text{ constantes} \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

Pour les valeurs $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$, on obtient respectivement les mêmes expressions (2.1) données par Einstein.

Après ces premières études, une longue période s'est passée sans aucune nouvelle évolution de la théorie du transport des sédiments considérée comme un processus aléatoire. Einstein a utilisé ses formules dans les années 1942 à 1950, et M.A. Valikanov, en URSS, de 1949 à 1958.

A partir de l'année 1960, ces études ont été reprises cette fois-ci sous un aspect nouveau, grâce à l'utilisation des radioéléments dans l'hydrotechnique. Les traceurs se sont montrés extrêmement utiles aux études liées à la mécanique fondamentale du mouvement de sédiments en permettant la mesure Lagrangienne des trajectoires des grains isolés et des groupes de particules. Enfin, on pouvait mesurer l'évolution dans le temps de la répartition de sédiments au long d'un canal ou rivière !

Avec l'application simultanée des traceurs et des méthodes classiques hydrométriques, toutes sortes de caractéristiques cinématiques et dynamiques de l'écoulement et du sédiment

ont été rendues accessibles. En conséquence, plusieurs travaux ont été réalisés dans différents laboratoires, comme à Wallingford Angleterre (Lean et Crickmore) ; à Chatou, France (Danion) ; à Kyoto, Japon (Yano et al.) et aussi dans la nature, comme dans le "North Loup River" USA (Hubbell et Sayre), dans les rivières "Danube" et "Morava" en Yougoslavie (Institute Jaroslav Cerni) et dans l'"Idle River", Angleterre (Crickmore).

Du point de vue théorique, les plus importants travaux de cette époque sont du Colorado State University, Fort Collins, réalisés par Hubbell et Sayre (1964) et les travaux de l'Institute Jaroslav Cerni, par Todorovic et Vukmirovic (1966). Les premiers ont élargi les fonctions d'Einstein en utilisant des distributions de Poisson. Les derniers, avec l'aide des processus aléatoires ont obtenu des fonctions de distributions généralisées $F_{t1}(x)$ et $F_{t2}(x)$ dont la fonction d'Einstein est un cas particulier. Ils ont montré que ces fonctions de distribution $F_{t1}(x)$ et $F_{t2}(x)$ sont les approximations supérieure et inférieure des fonctions de distribution longitudinale $F_t(x)$ des particules qui commencent leurs mouvements, soit par une période de repos, soit par un déplacement par saut.

Les fonctions obtenues par Todorovic (1966) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq F_{t1}(x) \leq F_t(x) \leq F_{t2}(x) \leq 1 \\ F_{t1}(x) = P(E_0^t) + \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{j=v+1}^{\infty} P(E_v^t) P(G_j^x) \\ F_{t2}(x) = P(E_0^t) + \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{j=v}^{\infty} P(E_v^t) P(G_j^x) \end{array} \right. \quad (2.6)$$

où $E_v^t = \{ \eta_t = v \}$ représente l'ensemble du nombre aléatoire η_t d'arrêts d'un grain à l'intervalle $(0, t)$
 et $G_j^x = \{ \mu_x = j \}$ l'ensemble du nombre aléatoire η_t d'arrêts d'un grain à l'intervalle $(0, x)$.

Les propositions contenues dans les travaux de Hubbell et Sayre ont donné aussi une nouvelle impulsion aux analyses du mouvement du sédiment en charriage considéré comme processus aléatoire. Ils proposèrent des observations du déplacement des grains uniques et des analyses de la fonction de répartition de la longueur d'un déplacement ainsi que de la fonction de répartition d'une période de repos.

Grigg (1970), Yang et Sayre (1971), Stelczer (1972), Vukmirovic et Wilson Jr (1971 et 1973), ont réalisé des essais basés sur cette idée. Yang et Sayre ont montré que les longueurs de sauts et les périodes de repos des particules sont distribués suivant des fonctions gamma et exponentielles, respectivement. Leurs essais ont été conduits en canal de laboratoire avec du sable comme sédiment de fond, soumis à un régime d'écoulement qui a donné des configurations type dunes. Stelczer (1972), a trouvé les mêmes répartitions avec des matériaux plus gros de diamètres moyens 20 mm et 40 mm.

Au Brésil, pendant les années 1971 et 1973, Vukmirovic, Wilson Jr et les équipes de l'Institut de Recherches Radioactives de Belo Horizonte et de l'Institut de Recherches Hydrauliques de Porto Alegre, ont fait des études expérimentales en canal avec du sable comme sédiment. Ces expériences seront présentées ci-dessous pour bien illustrer l'emploi actuel des traceurs radioactifs et des méthodes classiques de mesure en canal de laboratoire et en rivière.

3. EXEMPLE D'ETUDE DU TRANSPORT ET DE LA DISPERSION DU SABLE EN ECOULEMENT UNIDIRECTIONNEL AVEC L'UTILISATION DE TRACEUR RADIOACTIF

Les études réalisées par Vukmirovic et Wilson, au Brésil (1971 et 1973), faisaient partie d'un programme de recherches soutenu par l'Agence Internationale d'Energie Atomique, sur l'application des indicateurs radioactifs à la solution des problèmes de sédimentologie.

L'idée de base de ces études était d'analyser tous les phénomènes aléatoires qui pourraient être observés expérimentalement, ensuite de dériver les expressions analytiques pour les fonctions de répartition de tous les phénomènes aléatoires considérés et d'expliquer, sur la base de ceux-ci, la nature du mouvement du sédiment charrié, ainsi que les grandeurs qui influencent d'une manière prédominante, le transport et la dispersion du sédiment.

Deux séries d'essais ont été effectués en canal de laboratoire (d'une longueur de 30 m, largeur de 0,40 m, et hauteur 0,50 m et avec une pente fixe de 2%) :

- une série d'essais basée sur l'observation des caractéristiques du déplacement des grains uniques,
- une série d'essais basée sur l'enregistrement du déplacement des groupes des grains radioactifs au fond du canal.

Ces deux séries ont été établies dans les mêmes conditions hydrauliques, avec un sable naturel, de diamètre moyen 1,20 mm et présentant des configurations de fond type dunes. La description détaillée des essais a été présentée dans le rapport "Mouvement du Sédiment charrié - Processus Aléatoire", dans le "Second International IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics, Lund, Sweden 1976" et dans les références (1) et (2).

Pour la description du processus aléatoire, il faut évaluer la fonction de répartition :

$$F_t(x) = P \{ X_t \leq x \} \quad (3.1)$$

X_t étant une fonction non décroissante, monotone et continue du temps qui définit la réalisation du processus aléatoire. C'est cette fonction qu'on veut déterminer avec les essais des déplacements des groupes de particules en laboratoire ou avec les applications en rivière.

Cependant, pour mieux connaître la nature du processus aléatoire, pour pouvoir discerner entre plusieurs formules et modèles mathématiques du transport ; il faut analyser tous les phénomènes présents et calculer les probabilités de ces phénomènes, dont les plus importants sont :

- le nombre d'arrêts du grain dans l'intervalle du temps,
- le nombre d'arrêts du grain dans l'intervalle de longueur,
- la durée de la période de temps pendant ν cycles du mouvement du grain (ν déplacements et ν repos),
- la longueur du chemin parcouru pendant n déplacements du grain,
- la position de l'ensemble des grains à un instant donné.

Ces cinq familles de fonctions de répartition sont définies par deux fonctions d'intensité de changement d'état de mouvement :

$$\lambda(t, \nu) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(E_1^{\Delta t} | E_\nu^t)}{\Delta t} \quad (3.2)$$

$$k(x, n) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(G_1^{\Delta x} | G_n^x)}{\Delta x} \quad (3.3)$$

En considérant ces deux fonctions pour expliquer la mobilité des grains, on a donné plusieurs modèles (réf. 2) pour le mouvement du sédiment charrié.

Les résultats des essais avec des grains uniques (ils ont été remarquables par la précision de la détection de la position du grain le long du canal - photos 1 et 2) ont montré que la fonction λ dépend de l'intervalle de temps $(0, t)$ considéré et du nombre ν d'arrêts d'un grain dans cet intervalle ; et que la fonction k dépend de la distance $(0, x)$ considérée et du nombre n d'arrêts sur cette distance. Les formules analytiques proposées ;

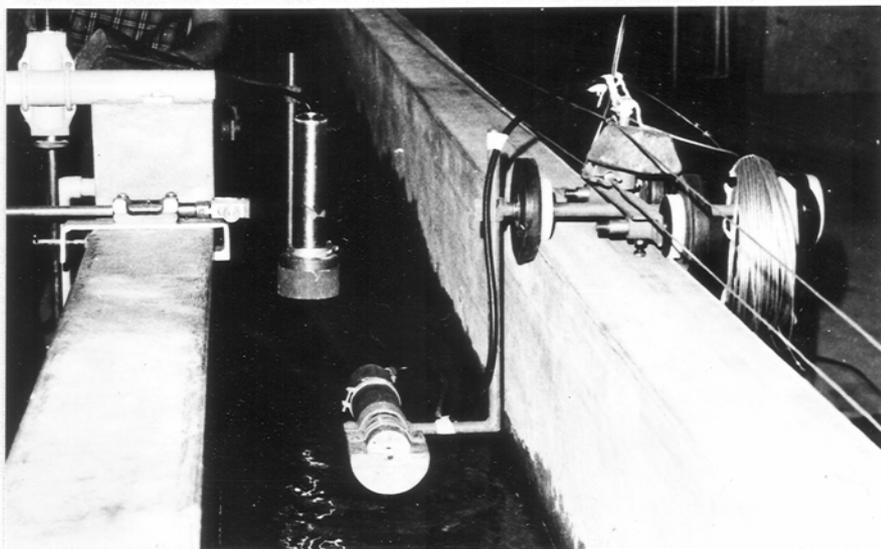


PHOTO 1 : Système de détection des particules uniques (gauche)
et des groupes des particules - 1971 -

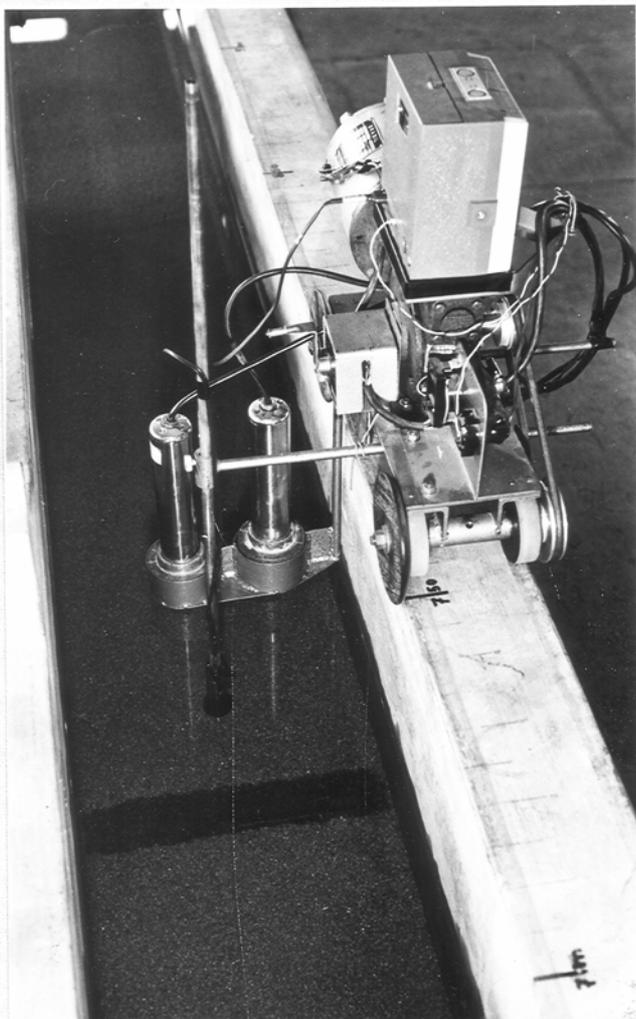


PHOTO 2 : Système de
détection des groupes de
particules, avec l'enre-
gistrement des configura-
tions du fond - 1973 -
Section d'immersion du
traceur radioactif.

$$\lambda(t, v) = \left(1 + \frac{\theta v}{1 + v}\right) (\alpha + \beta e^{-\beta t}) \quad (3.4)$$

$$k(x, n) = a \left(1 + \frac{\eta}{\rho}\right) (1 - e^{-bx}) \quad (3.5)$$

représentent une solution entre plusieurs solutions possibles et correspondent complètement à la nature du mouvement de sédiment charrié (Réf. 3 et 4).

La fonction de répartition de la position des grains de sédiment charrié à l'instant déterminé peut s'exprimer à l'aide de deux fonctions approximatives $F_{t1}(x)$ et $F_{t2}(x)$, dont les caractéristiques ont été décrites par Todorovic (équations 2.6).

Les moments de la fonction $F_t(x)$ sont :

$$M X_t = M \xi_1 M \eta_t \quad (3.6)$$

$$D X_t = D \xi_1 M \eta_t + (M \xi_1)^2 D \eta_t \quad (3.7)$$

où $M X_t$ et $D X_t$ sont la moyenne et la dispersion de la position des grains à l'instant déterminé,

$M \xi_1$ et $D \xi_1$ sont la moyenne et la dispersion de la distance parcourue pendant un déplacement,

$M \eta_t$ et $D \eta_t$ sont la moyenne et la dispersion du nombre d'arrêts du grain à l'intervalle du temps.

La valeur limite de la fonction d'intensité λ obtenue avec des grains isolés :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda = \alpha(1+\theta) \quad (3.8)$$

est très importante parce qu'elle peut être raccordée à la vitesse moyenne du groupe de sédiment charrié :

$$\frac{d}{dt} (M X_t) = M \xi_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda = \alpha(1+\theta) M \xi_1 \quad (3.9)$$

Ainsi, avec les paramètres obtenus des essais avec des grains uniques, on a évalué les moments de la fonction de répartition du groupe de grains, déterminant théoriquement et expérimentalement la position des grains le long du canal et dans le temps.

Les formes des fonctions λ et k ont été confirmées par les essais en canal dans les conditions de formation de dunes ; donc le comportement des particules isolées a été bien décrit. Les résultats des essais avec groupe de particules ont été ajustés par un modèle lié au comportement des grains isolés ; donc la description du transport et de la dispersion des sédiments a été satisfaisante (réf. 4).

Finalement, il faut remarquer qu'il y a plusieurs problèmes théoriques et appliqués associés au transport et à la dispersion des sédiments dans des écoulements naturels et artificiels. Comme exemple, on peut citer les problèmes liés à la pollution du milieu aquatique.

En effet, l'augmentation de l'usage des produits chimiques en agriculture, les fabuleux développements nucléaire, industriel et de la densité des populations de nos jours, sont de grands responsables par la présence des polluants en milieu aquatique à des niveaux souvent indésirables.

Il est bien établi que certains produits, y compris les radioactifs, sont adsorbés par les particules de sédiment et dans ce cas, soumis aux mêmes phénomènes aléatoires qui caractérisent le transport et la dispersion de ces derniers. Les dispersions latérales et longitudinales des particules de sédiment peuvent réduire le niveau de concentration des substances toxiques dans un courant, mais par contre, dans certaines conditions, il peut aussi se produire des zones de sédimentation et des concentrations de ces produits assez dangereuses. Il est nécessaire non seulement de déterminer quantitativement le trans-

port des sédiments, mais aussi d'avoir une meilleure compréhension des lois qui gouvernent les mouvements des particules des sédiments.

Des analyses aléatoires (stochastiques) telles que celles-ci et l'utilisation simultanée des méthodes radioactives et classiques hydraulique-sédimentologiques, sont mutuellement complémentaires. On est, actuellement capable d'aborder les problèmes, hydrauliques et hydrologiques plus complexes, comme les problèmes d'érosion de terre, de déformation de lit, des problèmes des pluies, des périodes de sécheresse, des eaux souterraines, etc...

REFERENCES :

- [1_] WILSON JR. G.
"Transporte e Dispersão de Areia em Canais de Laboratório" ;
Instituto de Pesquisas Radioativas, (Tese Mestre Ciências e Técnicas Nucleares) UFMG - Belo Horizonte 1972.
- [2_] VUKMIROVIC, V.
"Analiza kretanja Vucenog Nanosa Pomucu Slucajnih Procesas",
Faculté du Génie Civil de l'Université de Belgrade Mars 1975.
- [3_] VUKMIROVIC, V. - WILSON JR.G.
"Mouvement de Sédiment charrié - Processus aléatoire"
II International IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics,
Lund, Sweden, August, 1976.
- [4_] VUKMIROVIC V. - WILSON JR.G.
"Un modèle Aléatoire du sédiment charrié"
Dix-septième congrès de l'AIHR
Baden-Baden - Août 1977.