

PUBLICAÇÃO CDTN-944/2005

FOTOELASTICIDADE
Primeiros Passos

Geraldo de Paula Martins

Setembro/2005

COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR
Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear

Publicação CDTN-944/2005

FOTOELASTICIDADE
Primeiros Passos

Geraldo de Paula Martins

Belo Horizonte – MG – BRASIL
2005

1 FOTOELASTICIDADE

2 DEFINIÇÃO

A fotoelasticidade é definida como a técnica experimental para análise de tensões e de deformações através da utilização de modelos constituídos de polímeros transparentes os quais apresentam anisotropia ótica ou birrefringência quando deformados, exibindo um fenômeno de dupla refração. Esses fenômenos são observados através da luz polarizada plana ou circular.

O fenômeno da dupla refração acidental foi descoberto em 1813 por Seebeck e em 1816 foi relacionado com o estado de deformação do meio transparente por David Brewster, o qual apresentou um relatório sugerindo a possibilidade da determinação experimental de tensões a partir de modelos estruturais transparentes. O uso da fotoelasticidade teve um grande avanço no século XX, a partir dos trabalhos de Cooker e Filon, na Inglaterra, de Foppl na Alemanha e de Frocht nos Estados Unidos.

A fotoelasticidade utiliza os conceitos da ótica (propagação da luz, polarização, refringência, etc.), alguns dos quais são apresentados a seguir.

3 PRINCÍPIOS DA ÓTICA GEOMÉTRICA

3.1 Princípio da Propagação Retilínea da Luz

Em meios homogêneos a luz se propaga em linha reta.

3.2 Princípio da Reversibilidade

A trajetória dos raios não depende do sentido de propagação.

3.3 Princípio da Independência dos Raios de Luz

Cada raio de luz se propaga independente dos demais.

A Figura 3.1 ilustra os três princípios apresentados.

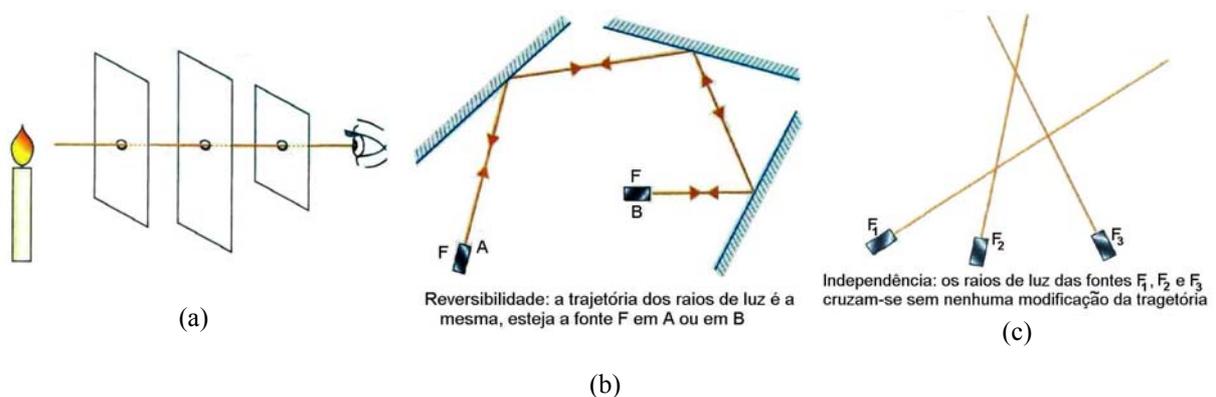


Figura 3.1 - (a) Propagação Retilínea; (b) Reversibilidade; (c) Independência [1]

4 REFLEXÃO DA LUZ

O fenômeno da reflexão regular da luz ocorre sempre que um feixe luminoso incide sobre uma superfície espelhada. Ao retornar para o meio de origem, os raios luminosos são desviados numa única direção. A Figura 4.1 ilustra o fenômeno da reflexão regular da luz e suas características que são: raio incidente, raio refletido, ponto de incidência, linha normal, ângulo de incidência e ângulo de reflexão.

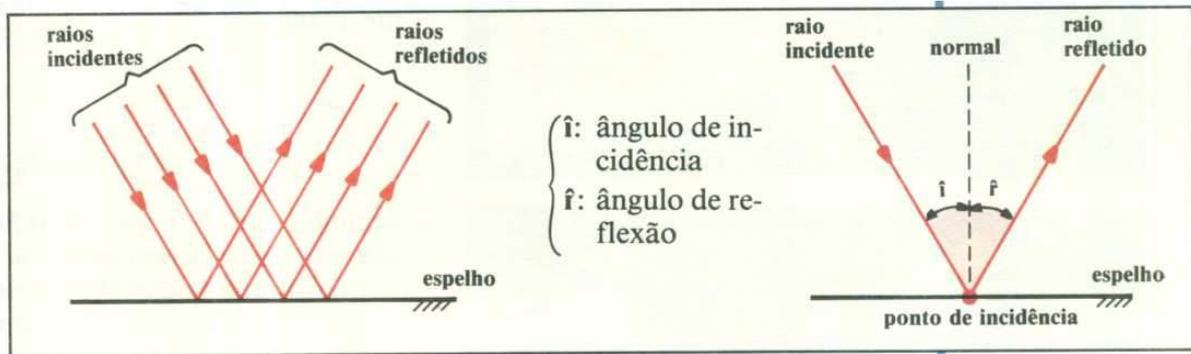


Figura 4.1 - Reflexão regular da luz

4.1 Leis da Reflexão

Primeira Lei: O raio incidente, o raio refletido e a normal à superfície de incidência estão contidos num mesmo plano.

Segunda Lei: O ângulo que o raio de reflexão forma com a normal é igual ao ângulo que o raio de incidência forma com a normal.

5 REFRAÇÃO DA LUZ

Quando um raio de luz atravessa a superfície de separação entre dois meios transparentes (como, por exemplo, o ar e a água), sua direção original de propagação é desviada. Esse fenômeno é definido com refração da luz. Como a velocidade de propagação de uma onda depende do meio em que ela se propaga, toda vez que a onda atravessa obliquamente a superfície de separação de dois meios, ela muda de direção, ou seja, sofre refração.

5.1 Leis da Refração

As leis de refração para a luz, ilustradas na Figura 5.1, são:

Primeira Lei: O feixe incidente, o feixe refratado e a normal estão no mesmo plano.

Segunda Lei: É constante a relação entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração. A segunda lei pode ser expressa pela Equação 1 abaixo:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n_{21} \quad \text{Equação 1}$$

Terceira Lei: O raio incidente e os raios refratados estão sempre em semiplanos opostos, separados pela normal **N**.

A Equação 1 pode ser re-escrita da seguinte forma:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Equação 2

sendo v_1 e v_2 as velocidades da luz, respectivamente, nos meios 1 e 2.

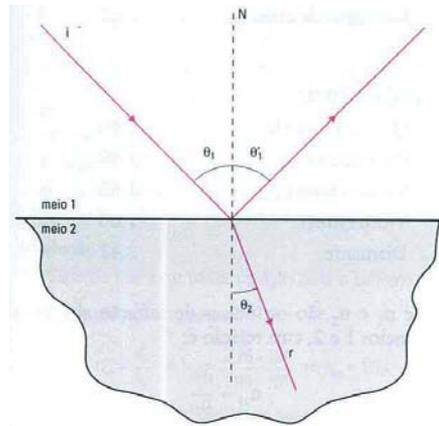


Figura 5.1 - Leis da refração da luz

6 DECOMPOSIÇÃO DA LUZ

A luz pode ser fisicamente separada. A luz branca é composta de sete cores visíveis que são: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta. Cada uma dessas cores é denominada luz monocromática ou radiação monocromática, que significa de uma só cor.

7 REFRINGÊNCIA

Refringência se refere ao índice de refração de um meio. Todo meio homogêneo, transparente e isótropo é um meio refringente. Um meio é mais refringente que o outro quando seu índice de refração é maior. Em outras palavras, referindo-se à Figura 7.1, se o raio refratado aproxima-se da normal, o meio 2 é mais refringente que o meio 1; se o raio refratado afasta-se da normal, o meio 2 é menos refringente que o meio 1.

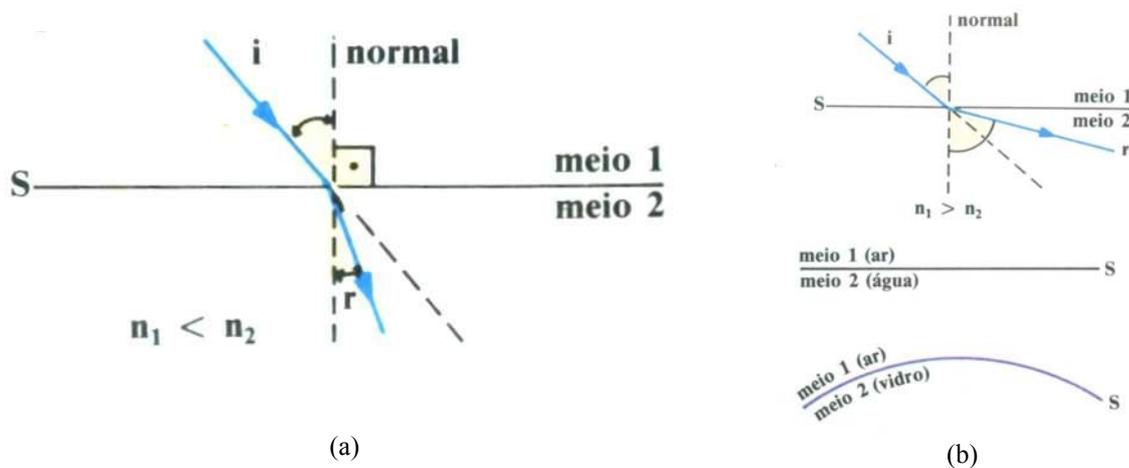


Figura 7.1 - Ilustração do conceito de refração

8 FUNDAMENTOS DA FOTOELASTICIDADE

8.1 Luz e Polarizadores

O efeito fotoelástico pode ser explicado pela teoria eletromagnética de propagação da luz, a partir da equação de onda. A cada cor corresponde um comprimento de onda. Toda a teoria pode ser explicada para apenas um comprimento de onda, λ . Se for utilizada a luz branca, como a mesma é composta de sete cores, deve-se considerar todos os comprimentos de onda, cada um correspondente a uma cor e a resposta fotoelástica é estudada a partir dos efeitos correspondentes a cada um dos comprimentos de onda. Deve-se utilizar um filtro polarizador o qual admite apenas um plano de propagação de vetores elétricos.

8.2 Polarização de ondas luminosas

Diz-se que uma onda é polarizada quando suas vibrações são todas paralelas, ou seja, quando os pontos vibram num único plano. Obtém-se assim, luz polarizada fazendo a luz natural atravessar uma placa denominada polaróide, que absorve todas as vibrações luminosas, exceto aquelas que se realizam numa determinada direção. A polarização só ocorre em ondas transversais (ver Figura 8.1).

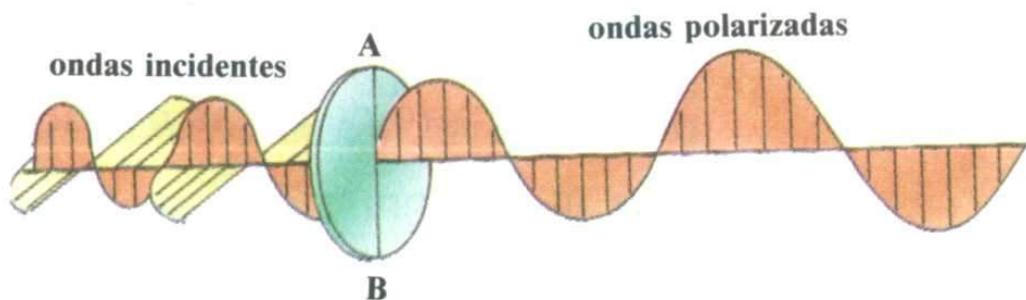


Figura 8.1 - Polarização da luz

O fenômeno da polarização pode ocorrer por reflexão, por transmissão ou através de polarizadores. A polarização por reflexão, ocorre sempre que a luz se reflete numa superfície polida, não metálica sendo que as oscilações paralelas à superfície se refletem com mais intensidade do que as oscilações perpendiculares. No caso da polarização por transmissão, o raio de luz, ao atravessar o meio é dividido em dois raios polarizados em direções opostas. No caso de polarização por meio de polarizadores, o polarizador atua como uma grade que só permite a passagem das oscilações paralelas em vãos. A luz polarizada tem características diferentes da não polarizada. Para saber se a luz é polarizada ou não, deve-se dispor de um polarizador que atua como um analisador da direção de polarização. Se o polarizador for girado e a intensidade da luz que o atravessa não se alterar, pode-se concluir que ela não é polarizada. Se ela se reduzir, conclui-se que está polarizada e que, quanto maior a redução da intensidade, maior a polarização da luz incidente.

A fotoelasticidade é uma técnica de campo global que fornece indicações dos pontos mais sobrecarregados, os valores de tensões cisalhantes máximas e as direções principais. É aplicável em problemas bi e tridimensionais. Pode ser utilizada em laboratório utilizando o método de transmissão ou no campo, utilizando o método de reflexão. Pode-se determinar quantitativamente a distribuição de tensões em componentes, localizando os pontos mais solicitados bem como suas direções principais, o que permite uma determinação mais detalhada

das tensões em tais pontos críticos através de análise por extensômetros elétricos. No caso de problemas de análise de tensões bidimensionais pode-se usar um polariscópio de transmissão em escala de laboratório ou de reflexão em laboratório ou no campo. No caso de problemas de análise de tensões tridimensionais, utiliza-se o método de transmissão, utilizando-se o procedimento de congelamento de tensões e posterior corte em fatias.

Na Figura 8.2 é apresentado um esquema típico de uma montagem para análise de tensão, constituído de uma fonte de luz branca ou monocromática, um filtro de 1/4, o modelo a ser analisado, outro filtro de 1/4, e o observador.

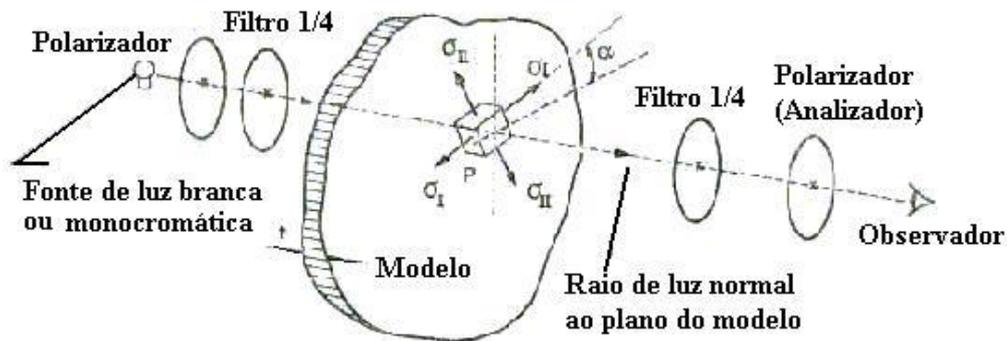


Figura 8.2 - Montagem típica de um polarizador em laboratório (esquemático)

A teoria da fotoelasticidade é regida pela lei de Brewster a qual estabelece que velocidades de difração diferentes ou índices de difração diferentes são provocados pelo estado de tensões no ponto. Matematicamente a lei de Brewster pode ser expressa como:

$$\sigma_1 - \sigma_2 \propto C_1 - C_2 \quad \text{Equação 8.1}$$

Na Figura 6, o polaróide que está do lado da fonte de luz é o polarizador; o que está do lado do observador é o analisador. Esses dois polaróides podem ser girados por meio de um dispositivo mecânico, podendo pois, serem colocados em posições angulares relativas. Se, por exemplo, estiverem cruzados em relação à origem, na ausência de tensão mecânica, a luz não atravessa o modelo. Se estão submetidos a tensão mecânica, aparecerão franjas. A resposta fotoelástica consiste de duas famílias de franjas que são observadas no modelo ou no protótipo. As duas famílias de franjas denominam-se respectivamente isocromáticas e isóclinas:

- isocromáticas constituem o lugar geométrico dos pontos que possuem as mesmas diferenças de tensões principais, ou seja (da Equação 8.2).

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N}{t} f_\sigma = \frac{\delta}{\lambda} \frac{1}{t} f_\sigma \quad \text{Equação 8.2}$$

sendo que:

N é a ordem da franja isocromática que é lido no polariscópio;

t é a espessura do modelo;

f_σ é um fator de calibração ótico do material utilizado; e

σ_1 e σ_2 são as tensões principais paralelas ao plano do modelo ou fatia.

- isoclínicas: é o lugar geométrico dos pontos cujas direções principais fazem ângulo zero ou 90° com os eixos do polariscópio.

A Equação 8.2 pode ser escrita também em termos de deformação, ou seja:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{N}{t} f_\varepsilon \quad \text{Equação 8.3}$$

sendo f_ε o valor de franja expresso em termos de deformações e:

$$f_\varepsilon = \frac{1 + \mu}{E} f_\sigma \quad \text{Equação 8.4}$$

Quando uma luz monocromática é utilizada, tem-se pontos claros, cinzas e negros. Quando se utiliza luz branca, as cores aparecem devido à anulação de comprimentos de onda específicos. $N = 0$ corresponde à franja preta; $N = 1$, tem-se passagem da franja vermelha para azul, correspondente a $\delta \approx 575$ nm; $N = 2$, tem-se a passagem da franja rosa para verde, correspondente a $\delta \approx 1150$ nm; $N = 3$, tem-se a passagem da franja rosada para esverdeada, correspondente a $\delta \approx 1725$ nm. Na Tabela 8.1 são apresentados os valores de ordem de franja N e a retardação correspondente para as diversas cores (correspondente ao comprimento de onda 575 nm, luz amarela).

Tabela 8.1 - Cores em fotoelasticidade

Cor	Retardação (nm)	N
Preto	0	0
Cinza	160	0,28
Branco	260	0,45
Amarelo	350	0,60
Laranja	460	0,79
Vermelho	520	0,90
Roxo	577	1,00
Azul	620	1,06
Laranja	940	1,62
Rosa	1050	1,82
Violeta	1150	2,00
Verde	1350	2,35

O polariscópio pode ser plano ou circular. Um polariscópio plano consiste de uma fonte de luz e de dois filtros polarizadores os quais são posicionados ortogonalmente. A intensidade da luz, I , após o analisador é zero na ausência de um modelo fotoelástico e o eixo de polarização, P , é também o eixo de referência zero do polariscópio. No polariscópio plano, com um modelo carregado, a intensidade da luz, I , observada para cada ponto de um modelo de material refringente é proporcional ao quadrado da amplitude do vetor elétrico que atravessa o analisador. Pode-se escrever:

$$I \propto E_A^2 \propto \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} \quad \text{Equação 8.5}$$

haverá, então, anulação da intensidade I no ponto observado quando se tiver; $\sin^2 2\theta = 0$ ou $\sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0$.

Δ é a retardação angular igual a $2\pi\delta/\lambda$ provocada pela diferença de tensões $\sigma_1 - \sigma_2$; θ é o ângulo que σ_1 ou σ_2 faz com o eixo de polarização.

Assim, haverá anulação da luz para todos os pontos para os quais se tem: $\theta = 0, \pi/2, \text{ etc.}$; o lugar geométrico desses pontos são as franjas isoclínicas;

e $\Delta = 0, 2\pi, 4\pi, \text{ etc.}$ O lugar geométrico destes pontos são as franjas isocromáticas.

Na Figura 8.3 estão ilustrados esses conceitos.

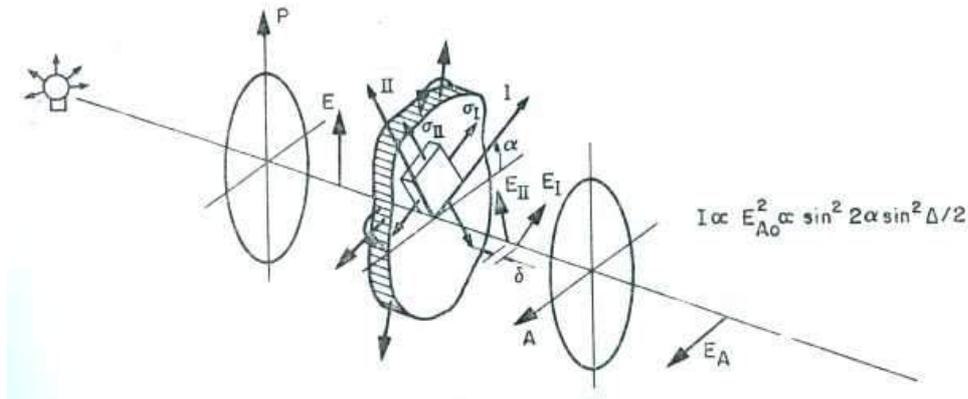


Figura 8.3 - Modelo carregado em um polariscópio plano

Um polariscópio circular consiste de um arranjo de elementos cruzados e o nome circular é devido à luz polarizada circular que se propaga entre os retardadores de $1/4$ de onda. Num polariscópio circular com um modelo carregado, a intensidade da luz independe das direções principais. Na posição cruzada a intensidade da luz é proporcional ao quadrado do seno de $\Delta/2$, ou seja:

$$I \propto \sin^2 \frac{\Delta}{2}$$

Equação 8.6

Assim, $I = 0$ para $\Delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ou $N = 0, 1, 2, \dots$, pois $N = \delta/\lambda = \Delta/2\pi$.

Na Figura 8.4 está representado, de forma esquemática um polariscópio circular com modelo carregado.

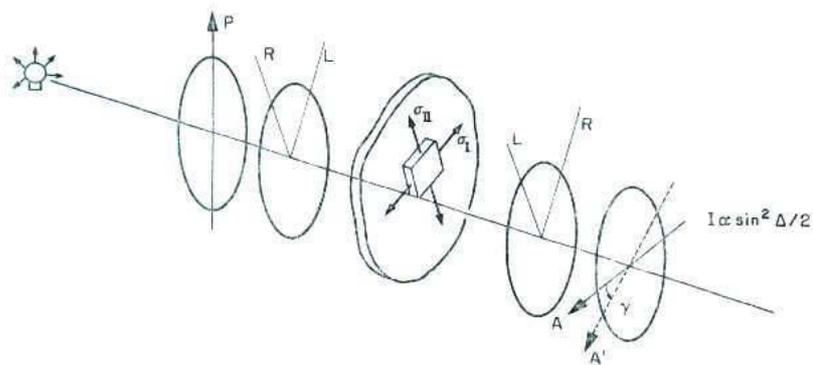


Figura 8.4 - Modelo carregado em um polariscópio circular

8.3 Ordem de Franja Fracionária

A determinação da ordem de franja fracionária é realizada por meio da rotação de um ângulo γ do analisador. Haverá intensidade de luz igual a zero quando:

$$\theta = (n-1)\pi/2, e$$

$$\Delta = 2 (n-1) \pi \pm 2 \gamma, \text{ com } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{Sendo } N = \Delta/2\pi, \text{ tem-se: } N = n \pm \gamma/\pi.$$

O processo para determinação de N fracionário denomina-se Método de Compensação de Tardy. Para essa determinação, segue-se o seguinte procedimento:

- transformar o polariscópio plano;
- passar isoclínica no ponto. Mede-se θ e fixa-se o polariscópio nesta posição de θ ;
- transformar o polariscópio plano em polariscópio circular, ainda na posição θ ;
- girar o analisador de γ ou de $180^\circ - \gamma$ até que haja extinção da luz no ponto estudado. Isto é feito ao levar-se uma isocromática de ordem inteira a posicionar-se sobre o ponto. Para n de menor ordem mais próxima ao ponto tem-se: $N = n + \gamma/\pi$.

9 MATERIAIS FOTOELÁSTICOS

Os materiais fotoelásticos são denominados materiais birrefringentes. Eles apresentam diferentes índices de refração segundo os planos das tensões principais. Eles têm a função de retardadores de onda, essa retardação dependendo do material, do tipo de luz utilizada e da diferença entre as tensões principais. A escolha do material adequado par uma análise fotoelástica é de suma importância. Não existe um material ideal, sendo que os materiais existentes, ditos materiais fotoelásticos apresentam vantagens e desvantagens.

As principais propriedades que devem apresentar um material fotoelástico são:

- transparência;
- alta sensibilidade (baixo f_σ ou f_ϵ);
- propriedades elásticas e lineares;
- isotropia, homogeneidade;
- baixa fluência;
- alto módulo de elasticidade, E;
- alta figura de mérito, $q = E/f_\sigma$;
- ausência de efeitos de bordo (tempo, umidade e usinagem);
- baixa influência da temperatura sobre as propriedades;
- boa usinabilidade;
- baixo custo;
- facilidade na aplicação de desmoldantes;
- fundição de grandes volumes.

Os principais materiais birrefringentes são: Columbia Resin CR-39, Homalite 100, PSM-1; policarbonato, poliuretano e poliéster, indicados para uso em fotoelasticidade bidimensional. Resinas epoxi, indicado para fotoelasticidade bi e tridimensional.

10 FOTOELASTICIDADE BIDIMENSIONAL

Na fotoelasticidade bidimensional é feita a análise do estado plano de tensões. As tensões principais σ_1 e σ_2 são dadas por:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Equação 10.1

Incidindo a luz na direção z vê-se a diferença das tensões:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \frac{N}{t} f_\sigma$$

Equação 10.2

Regiões de tensões uniformes apresentam mesma ordem de franja, ou seja, $\sigma_1 = \sigma_2 = \text{constante}$, implica em $N = \text{constante}$.

Em um contorno livre não há esforço externo aplicado e, portanto, a tensão é nula. Este conceito é utilizado para separar as tensões σ_1 e σ_2 , pois neste caso, uma das tensões é zero.

O registro de isocromáticas ou isoclínicas pode ser feito por meio de fotografia, por análise de imagens, através de digitação de imagem ou por cópia da tela, em papel transparente.

Observações:

- um ponto de franja zero, onde se tem: $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ é denominado um ponto singular;
- um ponto de franja zero quando se tem $\sigma_1 = \sigma_2$ é denominado um ponto isotrópico;
- isoclínicas de todos os valores passam pelos pontos isotrópicos e singulares, porque qualquer direção é principal nesses pontos;
- isoclínica de um determinado valor, constante, deve passar por um eixo de simetria. Um eixo de simetria é uma direção principal;
- os pontos de aplicação de carga admitem todos os valores de isoclínicas.

11 MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO DE MATERIAIS FOTOELÁSTICOS

A calibração de materiais fotoelásticos é realizada com a finalidade de se obter o f_σ ou o f_ϵ . É bem simples quando se conhece o estado de tensões em algum ponto do modelo e se lê a ordem da franja naquele ponto. Os principais modelos que são normalmente utilizados para a calibração são: um disco carregado; uma viga de seção retangular em momento e um corpo-de-prova de tração. No modelo de disco carregado determina-se o f_σ no ponto central, o qual é dado por (Figura 11.1):

$$f_\sigma = \frac{8P}{\pi DN}$$

Equação 11.1

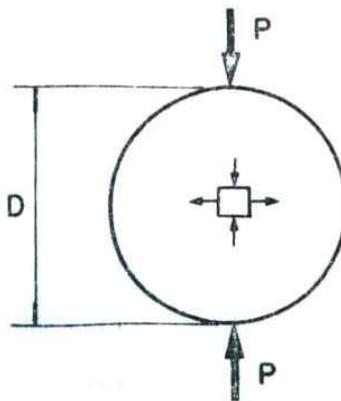


Figura 11.1 - Modelo de disco carregado

No modelo de viga retangular (Figura 11.2), o f_σ é dado por:

$$f_\sigma = \frac{6M}{h^2N}$$

Equação 11.2

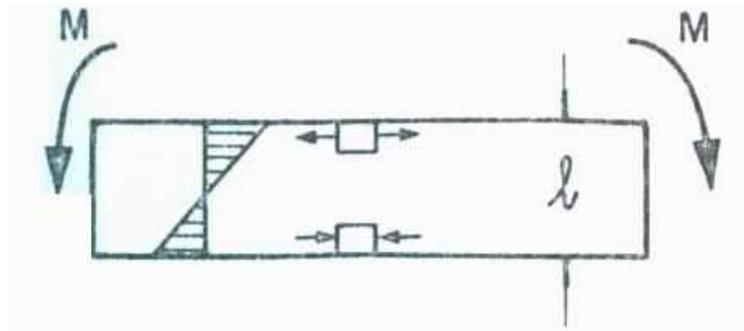


Figura 11.2 - Modelo de viga retangular carregada

No modelo de corpo-de-prova de tração (Figura 11.3), f_σ é dado por:

$$f_\sigma = \frac{P}{bN}$$

Equação 11.3

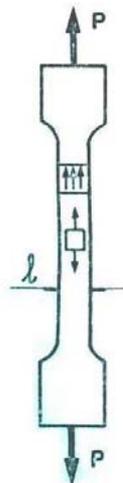


Figura 11.3 - Modelo de corpo-de-prova de tração carregado

12 RELAÇÕES ENTRE MODELOS E PROTÓTIPOS

As relações entre tensões e deformações para modelos e protótipos bidimensionais que trabalham dentro do regime linear elástico e para pequenas distorções são obtidas a partir da equação de compatibilidade:

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = (1 + \nu) \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right)$$

Equação 12.1

e é igual a zero se as forças de corpo (segundo parênteses do segundo membro) são constituídas apenas de peso próprio.

No caso de estado plano de deformação, multiplica-se o segundo membro por $1/(1-\nu)$. Quando $\frac{\partial F_x}{\partial x} = \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0 \rightarrow \nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0$, ou seja independe de E e ν . Assim, para um componente mecânico ou estrutural, tem-se:

$$\sigma(P, M) = \frac{P}{A} + \frac{My}{I}, \text{ ou } \sigma = \frac{P}{t \cdot l}, \text{ onde } P \text{ é o esforço, } l \text{ é o comprimento e } t \text{ é a espessura.}$$

Para o modelo, tem-se:

$$\sigma_m = \frac{P_m}{t_m l_m} \tag{Equação 12.2}$$

Para o protótipo, tem-se:

$$\sigma_p = \frac{P_p}{t_p l_p} \tag{Equação 12.3}$$

Pode-se escrever:

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{P_p}{P_m} \frac{t_m l_m}{t_p l_p} \tag{Equação 12.4}$$

Na Figura 12.1 está ilustrado um protótipo e um modelo.

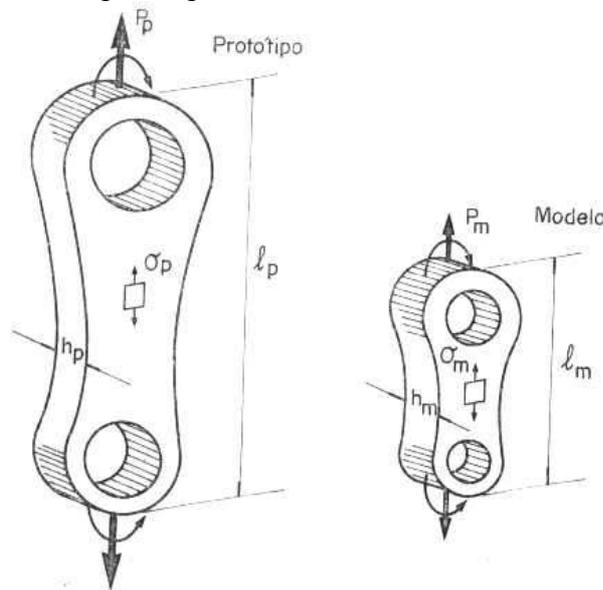


Figura 12.1 - Relação entre protótipo e modelo

13 SEPARAÇÃO DE TENSÕES

Na fotoelasticidade obtém-se $\sigma_1 = \sigma_2$ e θ no estado plano de tensões. Porém, são necessárias três informações independentes para definir o estado de tensões (plano, no caso) em um ponto. Portanto, os dois valores lidos num polariscópio, $\sigma_1 = \sigma_2$ e θ não são suficientes e é, portanto, necessário uma terceira informação. Geralmente, os componentes mecânicos e estruturais têm tensões máximas ocorrendo em seu contorno e, assim, a terceira informação resulta de σ_1 ou σ_2

igual a zero. No caso em que essa informação não é possível através de uma análise rápida do problema em questão, é necessária a aplicação de um método qualquer de separação de tensões. Os métodos de separação de tensões mais utilizados são:

- Shear difference e Filon, baseados nas equações de equilíbrio;
- pontos de influência, analogia elétrica e Dally, baseados nas equações de compatibilidade;
- extensômetros laterais e interferometria;
- incidência oblíqua.

Não serão descritos todos estes métodos, os quais podem ser obtidos na bibliografia apresentada. Porém, como ilustração descreve-se o método de incidência oblíqua. O método da incidência oblíqua, exige apenas duas ou três leituras de ordem de franja por ponto analisado. Na presente descrição, são necessárias apenas duas leituras: a da ordem de franja da incidência normal ao plano, N_n , e a da ordem de franja da incidência oblíqua ao plano, N_θ . Neste caso, realiza-se uma rotação de θ graus em torno do eixo definido por σ_1 . Tem-se referindo-se à Figura 13.1:

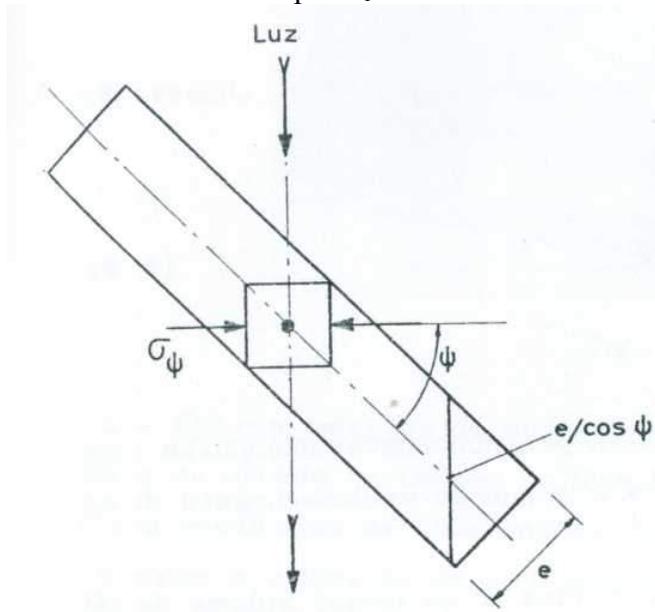


Figura 13.1 - Método da incidência oblíqua

Incidência normal, n:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N_n}{h} f_\sigma \quad \text{Equação 13.1}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2' = \frac{N_\theta}{h_\theta} f_\sigma \quad \text{Equação 13.2}$$

$$\sigma_1' = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta = \sigma_2 \cos 2\theta \quad \text{Equação 13.3}$$

τ_2' não apresenta efeito fotoelástico.

$$h_\theta = \frac{h}{\cos \theta} \quad \text{Equação 13.4}$$

Assim, obtém-se:

$$\sigma_1 = f_\sigma \frac{1}{h \sin^2 \theta} (N_\theta - N_n \cos \theta) \quad \text{Equação 13.5}$$

$$\sigma_2 = f_\sigma \frac{1}{h \sin^2 \theta} (N_\theta \cos \theta - N_n) \quad \text{Equação 13.6}$$

Normalmente trabalha-se com $\theta = 30^\circ$ ou 45° .

14 FOTOELASTICIDADE POR REFLEXÃO

No método da fotoelasticidade por reflexão, também conhecido como método da camada birrefringente, utiliza-se uma camada fina de material fotoelástico colada à superfície do protótipo tornada refletora. Esse método tem uma precisão razoável para as necessidades comuns de engenharia e sua principal vantagem é a facilidade de emprego utilizando protótipos em situações reais. Deve-se levar em consideração os seguintes fatores para uma análise correta:

- sensibilidade do método;
- efeito do reforço;
- verificação da precisão em cada caso;
- diferença entre os coeficientes de Poisson da camada e do protótipo;
- variação da deformação ao longo da espessura da camada.

Na Figura 14.1 está ilustrado o método da camada birrefringente e na Figura 14.2 é mostrada uma fotografia de um polariscópio por reflexão.

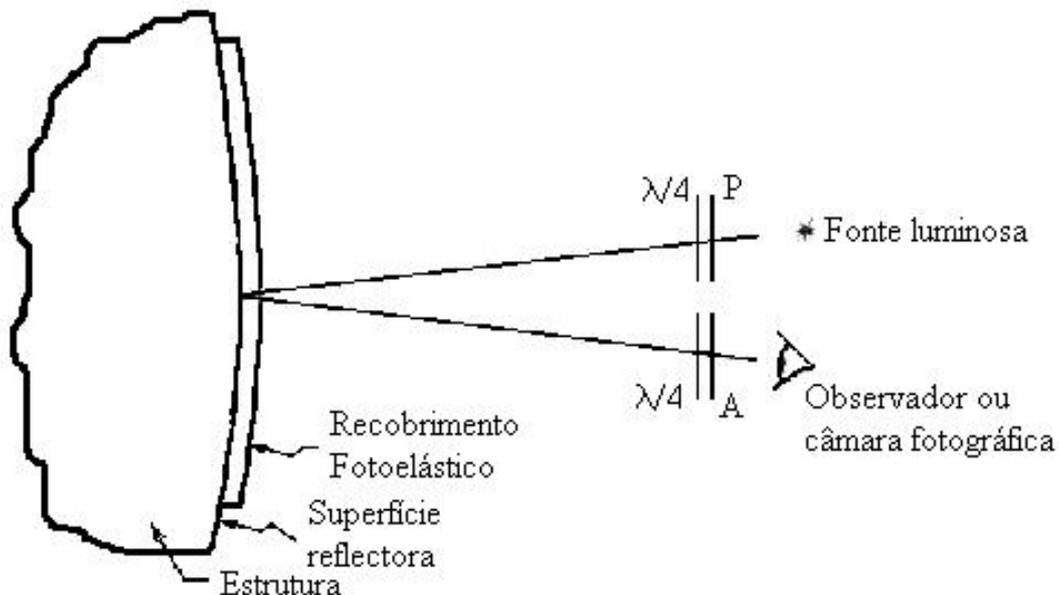


Figura 14.1 - Ilustração do método da camada birrefringente

A Equação para o ponto analisado é:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N}{2t} f_\sigma \quad \text{Equação 14.1}$$

$\sigma_1 - \sigma_2$ é da camada fotoelástica e θ é bem pequeno, da ordem de 5° a 7° .

Por hipótese, $\varepsilon_1^c = \varepsilon_1^s$; $\varepsilon_2^c = \varepsilon_2^s \rightarrow \varepsilon_1^c - \varepsilon_2^c = \varepsilon_1^s - \varepsilon_2^s$

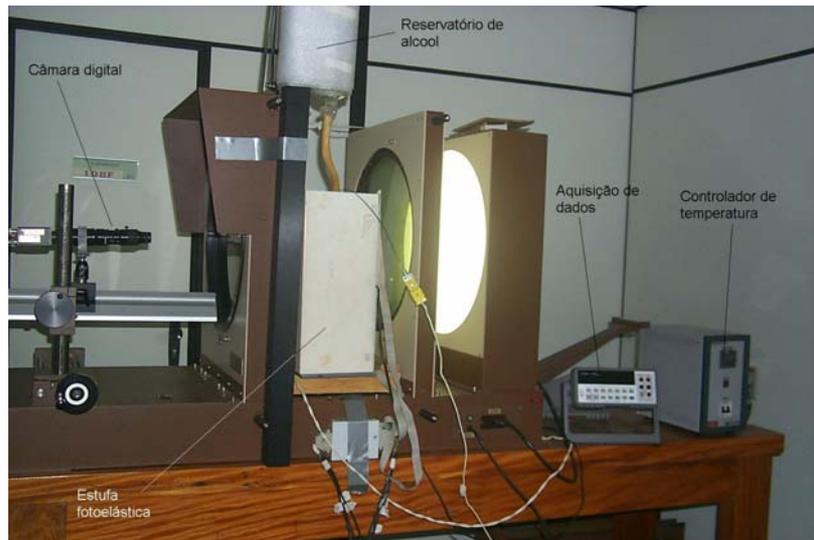


Figura 14.2 - Foto mostrando um polariscópio por reflexão do CDTN/CNEN [14]

$$\varepsilon_1^c - \varepsilon_2^c = \frac{N}{2t} f_\varepsilon = \varepsilon_1^s - \varepsilon_2^s \quad \text{Equação 14.2}$$

Obtém-se:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{Equação 14.3}$$

15 FOTOELASTICIDADE TRIDIMENSIONAL

A análise de um modelo tridimensional por meio de um polariscópio de transmissão é muito difícil, ou às vezes, até impossível, devido ao efeito integrado de desvio dos raios luminosos que é provocado pelas tensões que variam ao longo da espessura. Portanto, a fotoelasticidade tridimensional exige técnicas especiais.

As técnicas utilizadas na fotoelasticidade tridimensional dependem do equipamento e do material disponível. O método mais utilizado é o congelamento de tensões e corte posterior em fatias desse modelo, o qual será descrito sucintamente a seguir. Baseia-se no comportamento apresentado por alguns polímeros quando os mesmos são aquecidos. Até um certa temperatura existem cadeias moleculares primárias e secundárias. Após a atingir a temperatura crítica T_c , (Figura 15.1) essas cadeias desaparecem e o módulo de elasticidade E decresce aproximadamente 100 vezes o seu valor à temperatura ambiente. Após a temperatura ser decrescida a um valor menor que T_c estas cadeias reaparecerão.

Se o material fotoelástico tridimensional for deformado com um pequeno carregamento a uma temperatura $T > T_c$ e a temperatura for abaixada lentamente com a manutenção do carregamento, as cadeias secundárias que surgirem fixarão as deformações. Após atingir a temperatura ambiente, pode-se retirar o carregamento obtendo-se neste caso uma perda de deformação que pode ser considerada desprezível. Usam-se então fatias dos planos que mais interessam à análise de tensões e as mesmas são observadas no polariscópio. Deve-se, entretanto tomar cuidado com a refrigeração e com a velocidade de corte na retirada dessas fatias.

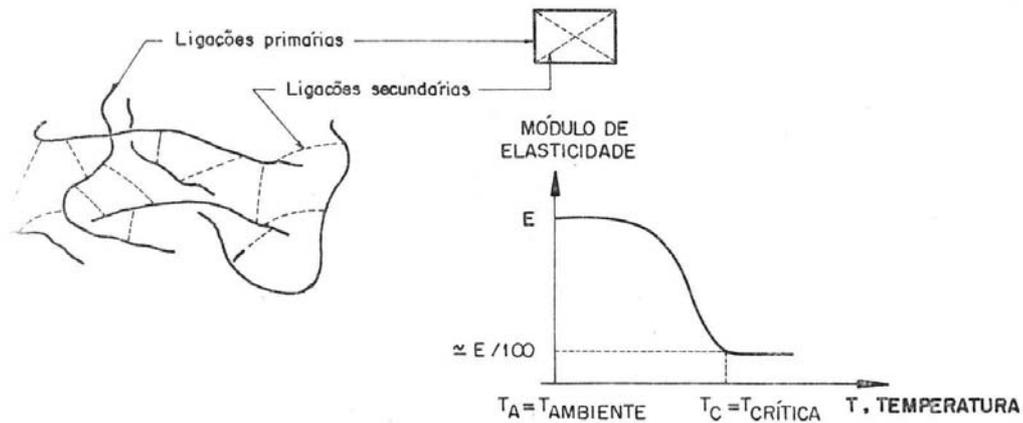


Figura 15.1 - Variação do módulo de elasticidade de alguns polímeros com a temperatura

Na Figura 15.2 está ilustrado um modelo tridimensional. No momento em que se estuda o modelo à temperatura ambiente, utilizam-se as propriedades mecânicas e óticas que o material tinha na temperatura crítica.

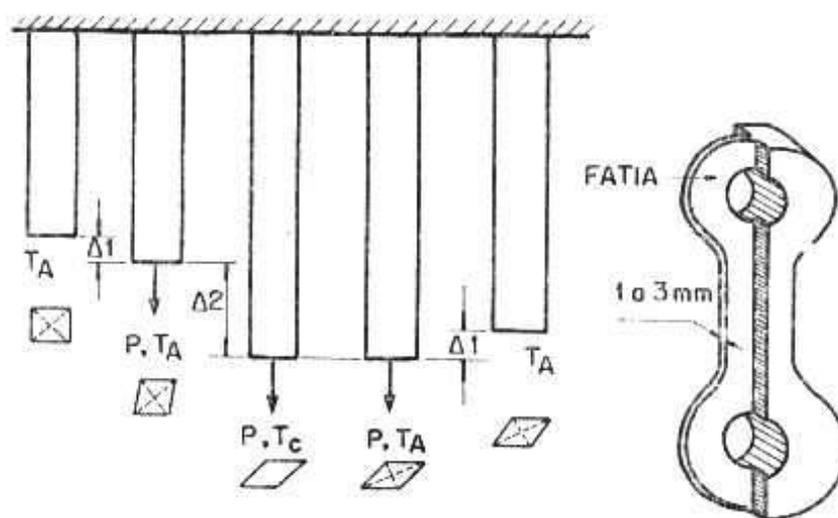


Figura 15.2 - Modelo tridimensional e corte em fatias

Tem-se: $\Delta l_2 \gg \Delta l_1$, sendo Δl_2 correspondente às deformações congeladas.

Pode ocorrer que as tensões principais das fatias podem não corresponder às tensões principais do ponto, segundo uma análise tridimensional. Neste caso, as tensões são chamadas de principais secundárias (Figura 15.3). Incidindo luz na direção z e observando nesta mesma direção vê-se σ_x , σ_y , τ_{yx} e τ_{xy} . Tem-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = \frac{N_z}{t_z} f_\sigma \quad \text{Equação 15.1}$$

e

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \frac{N_z}{t_z} f_\sigma \quad \text{Equação 15.2}$$

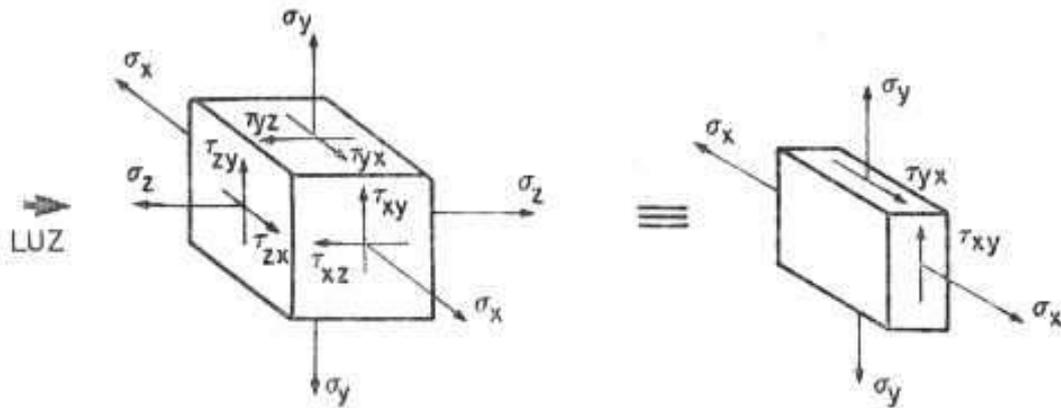


Figura 15.3 - Análise tridimensional

16 APLICAÇÕES

A fotoelasticidade tem em vários campos da engenharia, medicina, odontologia, podendo citar entre eles:

- a determinação precisa de fatores de concentração de tensões;
- a determinação qualitativa da distribuição de tensões em componentes, localizando pontos mais solicitados e suas direções principais para que se possa fazer uma análise posterior por outro método de análise de tensões tais como a utilização de extensômetros elétricos, com conseqüente economia;
- a determinação das direções principais nos dentes, durante a mastigação no campo da odontologia;
- a determinação da distribuição de tensões na estrutura óssea em corpos humanos tais como, na coluna, nos membros superiores e inferiores do corpo humano, em medicina.

A seguir são apresentados alguns exemplos de aplicação da fotoelasticidade.

1. Medição de um fator de concentração de tensão

Na Figura 16.1 abaixo tem-se uma viga com carregamento em tração e com regiões de concentração de tensão. O fator de concentração de tensão é definido como:

$$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{i}n}} = \frac{E\varepsilon_{m\acute{a}x}}{E\varepsilon_{m\acute{i}n}} \quad \text{Equação 16.1}$$

da fotoelasticidade, pode-se escrever:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{N_{m\acute{a}x}}{t} f_{\sigma}, \text{ (no ponto de concentra\c{c}\~{a}o de tens\~{a}o)} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 16.2}$$

e

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_{nom} = \frac{N_{nom}}{t} f_{\sigma}, \text{ (na regi\~{a}o de tens\~{a}o uniforme ou nominal)} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 16.3}$$

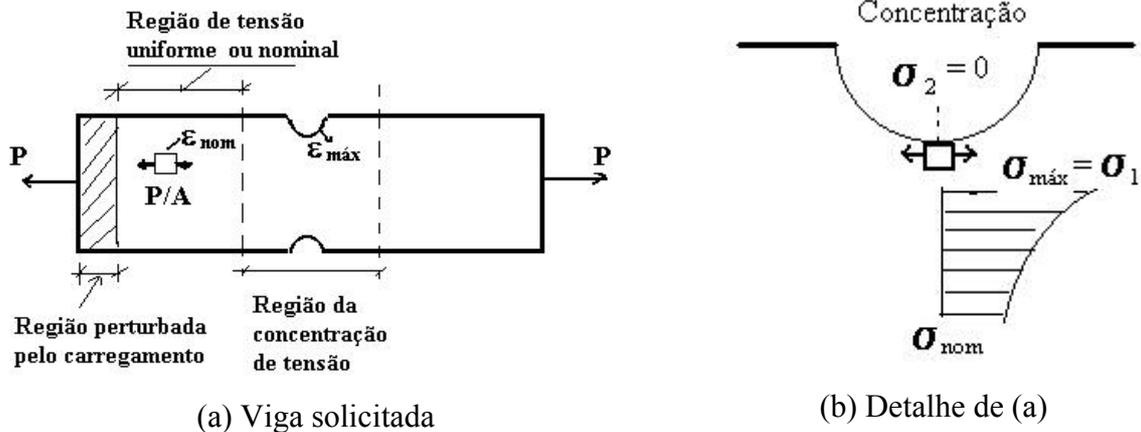


Figura 16.1 - Viga com carregamento em tra\c{c}\~{a}o e com regi\~{a}es de concentra\c{c}\~{a}o de tens\~{a}o

Obs.: Em um ponto isotr\u00f3pico, a franja \u00e9 zero e tem-se: $\sigma_1 = \sigma_2$. Em um ponto singular, ponto de franja zero e $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$.

Na Figura 16.2 est\u00e1 ilustrado um modelo de uma pe\c{c}a carregada, a qual cont\u00e9m fatores de concentra\c{c}\~{a}o de tens\~{a}es e onde se pode observar as franjas.

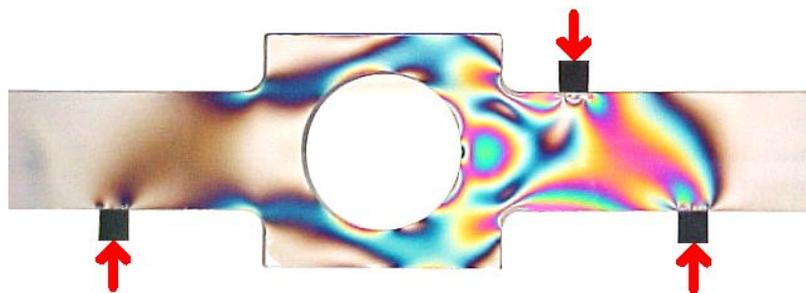


Figura 16.2 - Modelo de pe\c{c}a carregada e as franjas correspondentes \u00e0s distribui\c{c}\~{o}es de tens\~{a}es

Na Figura 16.3 apresenta-se uma chave apertando uma porca. As tens\~{a}es resultantes na chave e na porca podem ser analisadas atrav\u00e9s das franjas que aparecem em ambos, permitindo determinar as tens\~{a}es principais e os pontos mais solicitadas nas duas pe\c{c}as.

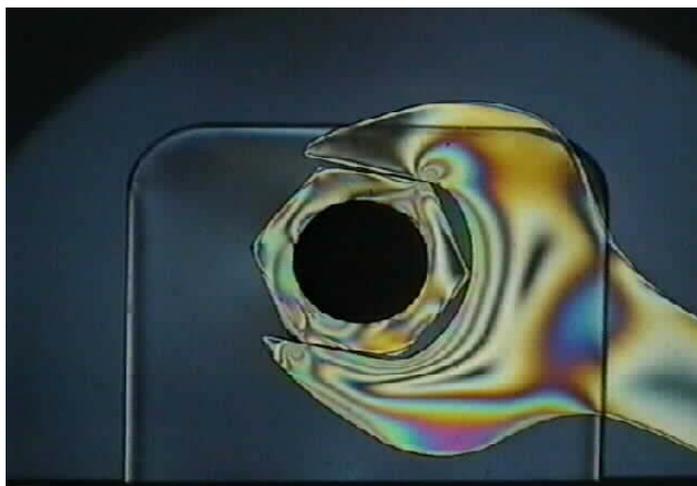


Figura 16.3 - Franjas devidas aos esforços aplicados pela chave à porca

17 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GASPAR, A. Ondas ópticas, Termodinâmica. In: _____. **Física**. São Paulo: Ática, 2000, v.2.
- [2] PARANÁ, D. N. Termologia, óptica ondulatória. In: **Física**. São Paulo: Ática, 1993, v.2.
- [3] TUPENY, W. H. & KOBAYASHI, A. S. **Análise experimental de tensiones**. Bilbao: Urmo, 1970.
- [4] FIALHO, J. L. **Análise experimental de tensões**. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1969, v.2.
- [5] AVRIL, Jean. **Encyclopedie Vishay d'analyse des contraintes**. Malakoff, France: Vishay-Micromesures.
- [6] FREIRE, J. L. F. **Introdução à fotoelasticidade**. Rio de Janeiro: PUC/RJ, Departamento de Engenharia Mecânica, 1987.
- [7] QUINAN, M. A. D. **Uma metodologia para a determinação do fator de intensidade de tensões causado por tensões térmicas utilizando a fotoelasticidade**. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.